Processamento Digital de Sinal

1ª avaliação periódica – 06_12_2007

Duração 1H30

1. Determine se o sistema descrito pela equação $T\{x[n]\}=e^{x[n]}$ é estável, causal, linear e invariante à translação.

2. Enuncie em que condições um sinal contínuo pode ser representado por um discreto obtido por amostragem sem *aliasing*. Relacione os seus espectros em frequência?.

3. A parte imaginária da transformada de Fourier de um sinal causal é : $X_I(e^{jw}) = -j\sin(w)$. Determine a parte real dessa mesma transformada.

4. Suponha o sistema discreto

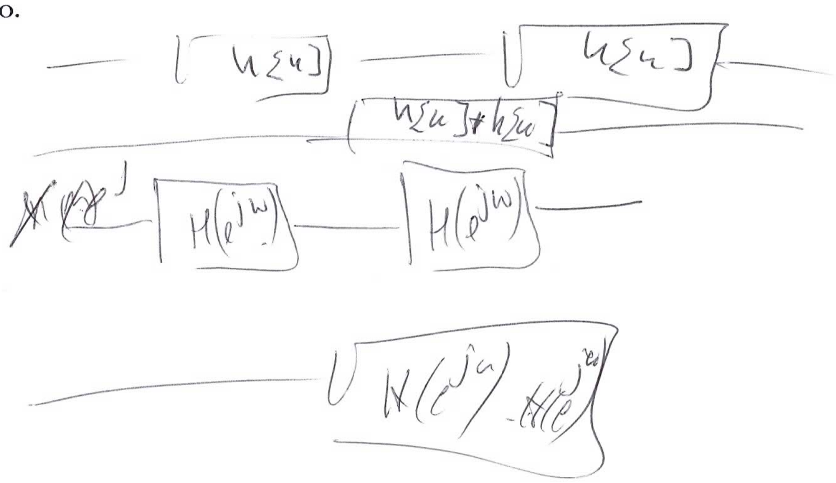
$$y[n]=0.25x[n]+0.5x[n-1]+0.25x[n-2].$$

Determine:

a) a sua resposta em frequência $\mathbf{H(e^{jw})}$.

b) graficamente (**módulo** e **fase**) de $\mathbf{H(e^{jw})}$.

c) a resposta impulsional do sistema constituído pela associação em série de dois sistema idênticos ao dado.



Processamento Digital de Sinal

EXAMES 1 1ª Avaliação

06/12/2007

1 Determine se o sistema descrito pela equação $T\{x(n)\} = e^{x(n)}$ é estável, causal, linear e invariante à translação

- <u>Estabilidade</u>: Como é um sistema não recursivo (depende apenas da entrada) o sistema é estável $|x(n)| < \infty$

- <u>Causalidade</u>: Como a equação só apresenta $x(n)$ como entrada, e sendo esta entrada presente (actual), então o sistema é causal.

- <u>Linearidade</u>:

$$T\{\alpha_1 x_1(n) + \alpha_2 x_2(n)\} = \alpha_1 T\{x_1(n)\} + \alpha_2 T\{x_2(n)\}$$

$$e^{(\alpha_1 x_1(n) + \alpha_2 x_2(n))} \neq \alpha_1 e^{x_1(n)} + \alpha_2 e^{x_2(n)}$$

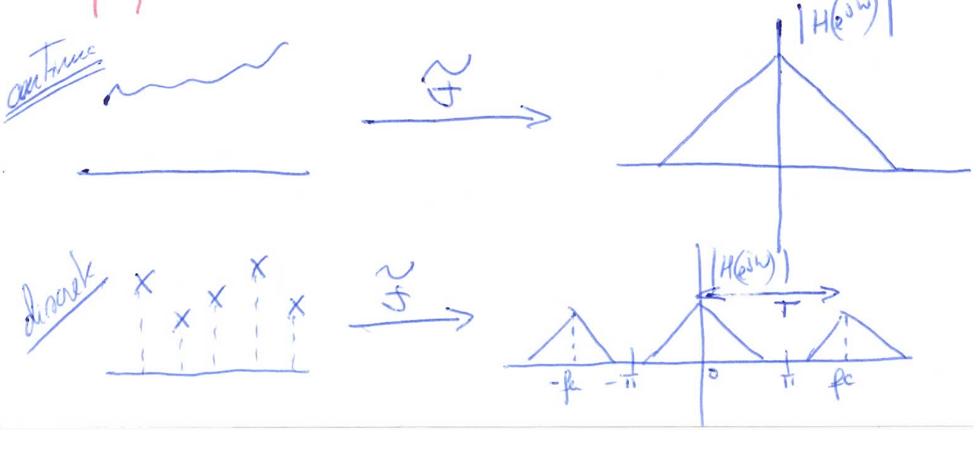
$\hookrightarrow \therefore$ não linear.

- <u>Invariância à translação</u>: Um sistema é invariante no tempo se ao aplicar uma translação à entrada, a saída sofre a <u>mesma</u> translação.

$$T\{x(n)\} = e^{x(n)}$$

$$T\{x(n-nd)\} = e^{x(n-nd)} = y(n-nd)$$

2 Enumere em que condições um sinal contínuo pode ser representado por um discreto obtido por amostragem <u>sem</u> aliasing. Relacione os seus espectros em frequência.



Para que o sinal seja amostrado sem aliasing deve respeitar o Teorema de sobreposição, tendo:

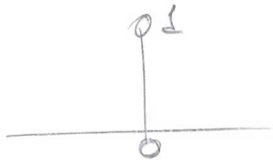
$$\boxed{fa = \frac{1}{T} \geq 2 f_{max}}$$

3 A parte imaginária da Transformada de Fourier de um sinal causal é: $X_I(e^{jw}) = -j\,sen(w)$. Determine a parte real dessa mesma transformada.

4 Suponha o sistema discreto: $y(n) = 0{,}25\,x(n) + 0{,}5\,x(n-1) + 0{,}25\,x(n-2)$

Determine:

a) A sua resposta em frequência $H(e^{jw})$.



$\delta(n)$

$$h[n] = \underset{n=0}{\frac{1}{4}\delta(n)} + \underset{n=1}{\frac{1}{2}\delta(n-1)} + \underset{n=2}{\frac{1}{4}\delta(n-2)}$$

$$H(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h[n]\, e^{-jwn} = \cancel{\frac{1}{4} e^{-jw0}}^{\,1/4} + \frac{1}{2} e^{-jw} + \frac{1}{4} e^{-jw2} =$$

$$= \frac{1}{4} e^{-jw}\left(e^{jw} + 2 + e^{-jw} \right)$$

$$= \frac{1}{4} e^{-jw}\left(2\cos(w) + 2\right) =$$

$$= \frac{1}{2} e^{-jw}(1 + \cos w) = \underbrace{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos w\right)}_{\text{Módulo}} \underbrace{e^{-jw}}_{\text{Fase}}$$

$$\boxed{\Phi = -w}$$

C.AUX

$e^{-jw} \cdot e^{jw} = e^{(-jw+jw)} = e^{0} = 1$

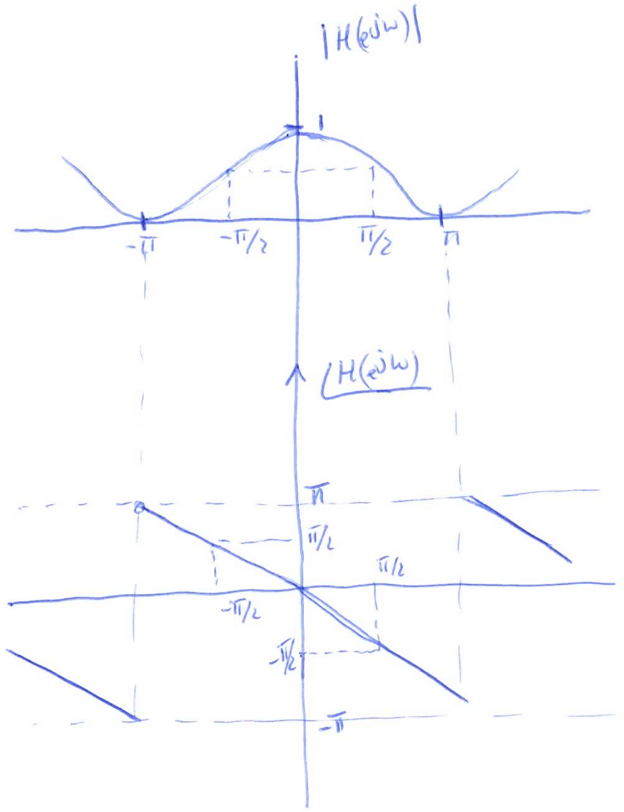
$e^{-jw} \cdot e^{-jw} = e^{(-jw-jw)} = e^{-jw2}$

Processamento Digital de Sinal

EXAMES (2) 1ª Avaliação

06/12/2007

b) Graficamento (módulo e fase) de $H(e^{j\omega})$



ω	$\lvert H(e^{j\omega})\rvert$
$-\pi$	0
$-\pi/2$	1/2
0	1
$\pi/2$	1/2
π	0

ω	$\angle H(e^{j\omega})$
$-\pi$	π
$-\pi/2$	$\pi/2$
0	0
$\pi/2$	$-\pi/2$
π	$-\pi$

c) A resposta impulsional do sistema constituído pela associação em série de dois sistemas idênticos ao lado